

الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ٧٥ دقيقة	عدد المسائل: ثلاث
------------------	---	-------------------

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (7 points)

La variation du prix d'un litre d'essence (95 octane) au cours des mois de l'année 2022 est donnée dans le tableau suivant :

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet
Rang du mois : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Prix d'un litre d'essence (en milliers de LL) : y_i	18	24	23	30	33	29	34

- 1) Calculer les coordonnées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ du centre de gravité G.
- 2) Déterminer une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$) de y en x.
- 3) Représenter dans un repère orthogonal :
 - le nuage des points $(x_i ; y_i)$,
 - le centre de gravité G,
 - la droite de régression ($D_{y/x}$).
- 4) Déterminer le coefficient de corrélation r et interpréter le résultat.
- 5) Calculer le pourcentage d'augmentation du prix d'un litre d'essence du mois Juin au mois Juillet.
- 6) On suppose que le modèle ci-dessus reste valable jusqu'à la fin de l'année 2023.
 - a) Estimer le prix d'un litre d'essence en Décembre 2022.
 - b) Diala prévoit que le prix d'un litre d'essence dépassera 70 000 LL en 2023.
Diala a-t-elle raison ? Justifier.

II- (3 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

N°	Questions	Réponses proposées		
		a	b	c
1)	a et b sont deux nombres réels strictement positifs. Si $\ln(a) = 3$ et $\ln(b) = 4$ alors $\ln\left(\frac{a^2}{b}\right) =$	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{3}{2}$
2)	Le nombre de solutions de l'équation $\ln(x-3) + \ln(x+3) = 0$ est	2	1	0
3)	On considère la fonction f donnée par $f(x) = \ln(-\ln x)$. Le domaine de définition de f est	$]0 ; +\infty[$	$]1 ; +\infty[$	$]0 ; 1[$

III- (10 points)

Soit f la fonction définie sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Déduire une asymptote à (C).
- 2) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Déduire une asymptote (d) à (C).
- 3) a) Vérifier que $f(x) - 1 = \frac{1}{e^{2x} - 1}$.
b) Montrer que si $x > 0$ alors $e^{2x} > 1$.
c) Déduire la position de (C) par rapport à (d) sur $] 0 ; +\infty[$.
- 4) a) Montrer que $f'(x) = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2}$.
b) Copier puis compléter le tableau de variations de f suivant sur $] 0 ; +\infty[$.

x	0	$+\infty$
f'(x)		
f(x)		

- 5) Tracer (d) et (C) sur $] 0 ; +\infty[$.
- 6) a) Montrer que le point $I\left(0 ; \frac{1}{2}\right)$ est le centre de symétrie de (C).
b) Déduire une asymptote à (C) en $-\infty$.

الاسم:	مسابقة في مادة الرياضيات	عدد المسائل: ثلاث
الرقم:	المدة: ٧٥ دقيقة	

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (7 points)

The variation in the price of a liter of gasoline (95 octane) during the months of the year 2022 is presented in the following table:

Month	January	February	March	April	May	June	July
Rank of the month: x_i	1	2	3	4	5	6	7
Price of one liter of gasoline (in thousands of LL): y_i	18	24	23	30	33	29	34

- 1) Calculate the coordinates $\bar{x}$ and $\bar{y}$ of the center of gravity G.
- 2) Determine an equation of the regression line ($D_{y/x}$) of y in terms of x.
- 3) Represent in an orthogonal system:
 - the scatter plot of the points (x_i, y_i) ,
 - the center of gravity G,
 - the regression line ($D_{y/x}$).
- 4) Determine the correlation coefficient r and interpret the result.
- 5) Calculate the percentage increase in the price of one liter of gasoline from June to July.
- 6) Suppose that the above model remains valid till the end of the year 2023.
 - a) Estimate the price of one liter of gasoline in December 2022.
 - b) Diala expects that the price of one liter of gasoline will exceed 70 000 LL in the year 2023. Is Diala right? Justify.

II- (3 points)

In the table below, only one of the proposed answers to each question is correct. Write down the number of each question and give, **with justification**, the answer corresponding to it.

N°	Questions	Proposed Answers		
		a	b	c
1)	a and b are two positive real numbers. If $\ln(a) = 3$ and $\ln(b) = 4$, then $\ln\left(\frac{a^2}{b}\right) =$	$\frac{9}{4}$	2	$\frac{3}{2}$
2)	The number of solutions of the equation $\ln(x - 3) + \ln(x + 3) = 0$ is	2	1	0
3)	Consider the function f given by $f(x) = \ln(-\ln x)$. The domain of definition of f is	$]0, +\infty[$	$]1, +\infty[$	$]0, 1[$

III- (10 points)

Consider the function f defined over $] -\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ as $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1}$.

Denote by (C) the representative curve of f in orthonormal system $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Determine $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Deduce an asymptote to (C).
- 2) Show that $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Deduce an asymptote (d) to (C).
- 3) a) Verify that $f(x) - 1 = \frac{1}{e^{2x} - 1}$.
 b) Show that if $x > 0$ then $e^{2x} > 1$.
 c) Deduce the position of (C) with respect to (d) over $]0, +\infty[$.
- 4) a) Show that $f'(x) = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2}$.
 b) Copy then complete the following table of variations of f over $]0, +\infty[$.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$		

- 5) Draw (d) and (C) over $]0, +\infty[$.
- 6) a) Show that the point $I\left(0, \frac{1}{2}\right)$ is the center of symmetry of (C).
 b) Deduce an asymptote to (C) at $-\infty$.